

Chương II: BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là bất phương trình có một trong các dạng: $ax + by + c < 0$; $ax + by + c > 0$; $ax + by + c \leq 0$; $ax + by + c \geq 0$, trong đó a, b, c là những số cho trước; a, b không đồng thời bằng 0 và x, y là các ẩn.

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp các điểm (x_0, y_0) sao cho $ax_0 + by_0 + c < 0$ được gọi là **miền nghiệm** của bất phương trình $ax + by + c < 0$.

2. Nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Xét bất phương trình $ax + by + c < 0$. Mỗi cặp số (x_0, y_0) thoả mãn $ax_0 + by_0 + c < 0$ được gọi là một **nghiệm** của bất phương trình đã cho.

3. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Ta có thể biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by + c < 0$ như sau:

- ✓ **Bước 1:** Trên mặt phẳng Oxy, vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$.
- ✓ **Bước 2:** Lấy một điểm (x_0, y_0) không thuộc Δ . Tính $ax_0 + by_0 + c$.
- ✓ **Bước 3:** Kết luận
 - ♦ Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ Δ) chứa điểm (x_0, y_0) .
 - ♦ Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ Δ) không chứa điểm (x_0, y_0) .

Câu 1: Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $2x - 5y + 10 > 0$

- a) $(1; 3)$ có phải là một nghiệm của bất phương trình đã cho không?
- b) Chỉ ra ba cặp số $(x; y)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.
- c) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho trên mặt phẳng Oxy.

Câu 2: Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ Oxy:

- a) $x + y - 3 > 0$
- b) $x - 2 \geq 0$
- c) $-5y + 5 \leq 0$

Câu 3: Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình sau:

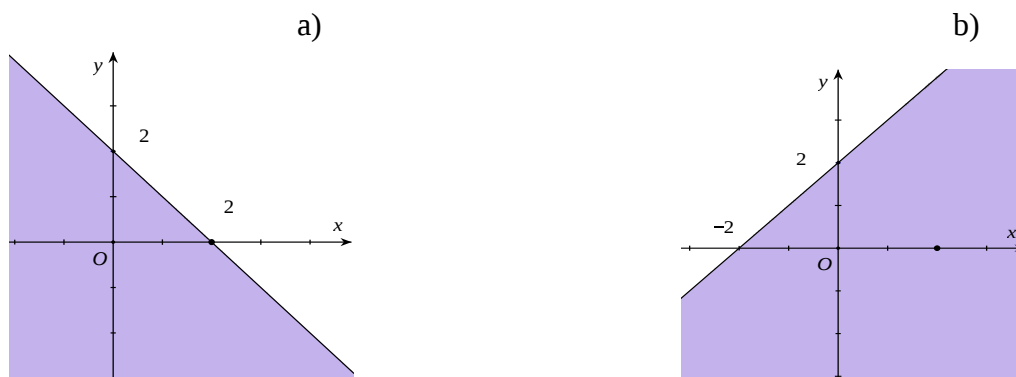
- a/ $3 + 2y > 0$
- b/ $2x - 1 < 0$
- c/ $x - 5y < 2$
- d/ $2x + y > 1$
- e/ $-3x + y + 2 \leq 0$
- f/ $-(x + 2) \leq 3x - 2y + 4$

Câu 4: Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ Oxy:

- a) $3(x - 2y) > 2(2x + y + 1)$
- b) $\frac{x - y}{-2} < x + y + 1$
- c) $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$

Câu 5: Bạn Vy muốn pha hai loại nước rửa xe. Để pha một lít loại I cần 600 ml dung dịch chất tẩy rửa, còn một lít loại II chỉ cần 400 ml. Gọi x và y lần lượt là số lít nước rửa xe loại I và II pha chế được và biết rằng Vy chỉ còn 2400 ml chất tẩy rửa. Hãy lập các bất phương trình mô tả số lít nước rửa xe loại I và II mà bạn Vy có thể pha chế được và biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình đó trên cùng một mặt phẳng toạ độ Oxy.

Câu 6: Miền không gạch chéo (không kể bờ d) trong mỗi hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình



Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y . Mỗi nghiệm chung của tất cả các bất phương trình đó được gọi là một **nghiệm** của hệ bất phương trình đã cho.
- Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp các điểm (x_0, y_0) có toạ độ là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn được gọi là **miền nghiệm** của hệ bất phương trình đó.

2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Để **biểu diễn miền nghiệm** của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ Oxy, ta thực hiện như sau:
- Trên cùng mặt phẳng toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình của hệ.
- Phần giao của các miền nghiệm là miền nghiệm của hệ bất phương trình.

3. Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác

- Hệ bất phương trình giúp ta mô tả được nhiều bài toán thực tế để tìm ra cách giải quyết tối ưu. Chúng thường được đưa về bài toán tìm giá trị lớn nhất (GTLN) hoặc giá trị nhỏ nhất (GTNN) của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác.
- Người ta chứng minh được F đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của đa giác.

Phương pháp

- ♦ **Bước ①.** Tìm miền đa giác $A_1A_2...A_iA_{i+1}...A_n$ là miền nghiệm của hệ bất phương trình.
- ♦ **Bước ②** Tìm toạ độ các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$.
- ♦ **Bước ③.** Tính $F(x_i; y_i)$ trong đó $A_i(x_i; y_i)$ với $i = 1, 2, ..., n$
- ♦ **Bước ④.** Kết luận
 - ☑ Giá trị lớn nhất $M = \max_{i=1,2,...,n} F(x_i, y_i)$.
 - ☑ Giá trị nhỏ nhất $m = \min_{i=1,2,...,n} F(x_i, y_i)$.

Câu 1: Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - 3y + 3 \leq 0. \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + y > 0 \\ 2x - 3y + 6 > 0. \\ x - 2y + 1 \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

Câu 2: Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau

$$\begin{array}{lll} \text{a/} \begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases} & \text{b/} \begin{cases} x + y + 3 \leq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 3 \geq 0 \end{cases} & \text{c/} \begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

Câu 3: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800 m^2 . Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên 100 m^2 nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên 100 m^2 . Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

Câu 4: Bạn An kinh doanh hai mặt hàng handmade là vòng tay và vòng đeo cổ. Mỗi vòng tay làm trong 4 giờ, bán được 40 ngàn đồng. Mỗi vòng đeo cổ làm trong 6 giờ, bán được 80 ngàn đồng. Mỗi tuần bạn An bán được không quá 15 vòng tay và 4 vòng đeo cổ. Tính số giờ tối thiểu trong tuần An cần dùng để bán được ít nhất 400 ngàn đồng?

Câu 5: Bạn Chi có 500 g bột gạo để pha 2 loại nước hồ tráng bánh đa và bánh xèo. Một lít nước hồ tráng bánh đa cần 200 g bột gạo, còn một lít nước hồ tráng bánh xèo chỉ cần 100 g bột gạo. Gọi x, y lần lượt là số lít nước hồ tráng bánh đa và bánh xèo. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Câu 6: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng mỗi ngày gia đình này chỉ mua tối đa 1.5kg thịt bò và 1kg thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất.